

MINESEC - OBC

Session 2008

## ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

EXAMEN : BACCALAUREAT A<sub>4</sub>

Durée : 3 H

Coefficient : 3

**EXERCICE 1. / 05 points**1. On se propose de résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation (E) suivante :

$$-e^{2x} + 3e^x + 4 = 0$$

a. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $-x^2 + 3x + 4 = 0$  1 ptb. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation (E). 1 pt2. a. Résoudre dans  $\mathbb{R}^3$  le système suivant :

$$\begin{cases} 5x-2y+3z=6 \\ -4x+3y+z=0 \\ x+3y-2z=2 \end{cases}$$

1,5 pt

b. En déduire dans  $\mathbb{R}^3$  les solutions du système suivant :

$$\begin{cases} 5\ln x - 2\ln y + 3\ln z = 6 \\ -4\ln x + 3\ln y + \ln z = 0 \\ \ln x + 3\ln y - 2\ln z = 2 \end{cases}$$

1,5 pt

**EXERCICE 2 : / 05 Points**

Pour chacune des questions, choisir la réponse juste et l'écrire sur votre feuille de composition. Aucune justification n'est exigée.

1. Le nombre réel 0,73737373 a pour arrondi d'ordre 2 :

a) 0,737 ;      b) 0,73 ;      c) 0,74 ;      d) 0,7.

0,75 pt

2. Une solution de l'équation  $x^3 - 16x^2 + 23x + 40 = 0$  à inconnue  $x$  dans  $\mathbb{R}$  est :

a) -2 ;      b) -1 ;      c) 1 ;      d) 0.

0,75 pt

3. Une équation de la tangente à la courbe de la fonction  $f$  définie par : $f(x) = -x^2 + e^x$  au point d'abscisse 0 est :a)  $y = 0$  ;      b)  $y = 1$  ;      c)  $y = x + 1$  ;      d)  $y = 2x + 1$ 

0,75 pt

4. Dans une classe de 40 élèves, 15 élèves ont moins de 17 ans, 10 élèves ont entre 17 et 20 ans, 6 élèves ont 21 ans et le reste à plus de 21 ans.

On choisit au hasard un élève dans cette classe.

4.1 La probabilité pour que cet élève ait moins de 21 ans est :

a)  $\frac{3}{8}$  ;      b)  $\frac{5}{8}$  ;      c)  $\frac{2}{8}$  ;      d)  $\frac{1}{5}$ .

4.2 On dit qu'un élève est mineur s'il a moins de 17 ans. La probabilité pour que l'élève choisit ne soit pas mineur est :

a)  $\frac{5}{8}$  ;      b)  $\frac{3}{8}$  ;      c)  $\frac{1}{5}$  ;      d)  $\frac{1}{4}$ 5. Une primitive dans l'intervalle  $]3 ; +\infty[$  de la fonction  $g : x \mapsto x - 3 + \frac{1}{x-3}$  est :a)  $\ln|x-3|$  ;      b)  $1 + \ln(3-x)$  ;      c)  $\frac{1}{2}x^2 - 3x + \ln(x-3)$  ;      d)  $1 - \ln|x-3|$ .

1 pt

**EXERCICE 3 : / 05 Points**

La répartition des candidats à un test de présélection suivant le total des points obtenus a donné le tableau suivant :

Total de points	[20,30[	[30,40[	[40,50[	[50,60[	[60,70[	[70,80[
Nombre de candidats	27	43	38	28	21	3

1. a. Etablir le tableau des effectifs relatif à la série associée des centres de classes. 1 pt
- b. En déduire la moyenne de cette série. 0,75 pt
- c. Calculer la variance et l'écart-type de cette série. 1,5 pt
2. Etablir le tableau des effectifs cumulés croissants. 1,75 pt

**EXERCICE 4 : / 05 Points**

Soit  $f$  la fonction de  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$  vers  $\mathbb{R}$  défini par :  $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 5}{x - 2}$

On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé du plan.

1. a. Calculer les limites de  $f$  aux bornes de son ensemble de définition. 1 pt
- b. Calculer la dérivée de  $f$  et dresser son tableau de variation. 1 pt
2. a. Montrer que pour tout  $x$  différent de 2,  $f(x)$  s'écrit aussi :  $f(x) = x - 2 + \frac{1}{x - 2}$ . 0,5 pt
- b. Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x - 2)] = +\infty$  et en déduire que (C) admet une asymptote oblique (D) dont on donnera une équation cartésienne. 0,75 pt
- c. Préciser la position relative de (C) et de (D). 0,5 pt
3. Tracer (C) et (D). 1,25 pt



**Exercice 1** 5 pts

I -

1. Résoudre dans  $\mathbb{R}^2$  le système suivant :  $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 5x + 3y = 4 \end{cases}$  1pt

2. En déduire l'ensemble solution du système suivant :  $\begin{cases} 2 \ln x + \ln y = 1 \\ 5 \ln x + 3 \ln y = 4 \end{cases}$  1pt

II - Parmi les quatre réponses qui sont proposées, une seule est juste. Recopier sur votre feuille de composition son numéro.

1. Une primitive de la fonction  $f$  définie par :  $f(x) = \frac{3}{2-x}$  est sur  $]2, +\infty[$  :

a.  $F(x) = -3 \ln(2-x)$

b.  $F(x) = -3 \ln |2-x|$

c.  $F(x) = \frac{1}{3} \ln |2-x| + k$

d.  $F(x) = 1 - 3 \ln(x-2)$  1pt

2. La dérivée de la fonction  $g$  définie par :  $g(x) = e^{2x} \ln x$  sur  $]0, +\infty[$  est :

a.  $2e^x \ln x + \frac{e^{2x}}{x}$

b.  $2e^{2x} \ln x$

c.  $2e^{2x} \ln x + \frac{e^{2x}}{x}$

d.  $\frac{e^{2x}}{x}$  1pt

3. La fonction  $x \rightarrow \frac{1}{x}$  est :

a. Décroissante sur  $\mathbb{R}^*$

b. Croissante sur  $\mathbb{R}^*$

c. Décroissante sur  $]2, +\infty[$

d. Décroissante sur  $] - 3, 0[ \cup ] 0, +\infty[$  1pt

**Exercice 2** 5 pts

Les décisions d'un conseil de classe de fin d'année sont les suivantes selon les tranches de moyenne :

Pour une moyenne de l'intervalle  $[0,7[$ , l'élève est exclu.

Pour une moyenne de l'intervalle  $[7,10[$ , l'élève redouble la classe.

Pour une moyenne de l'intervalle  $[10,14[$ , l'élève est admis en classe supérieure sans bourse.

Pour une moyenne de l'intervalle  $[14,20[$ , l'élève est admis en classe supérieure avec bourse.

Les effectifs de chacune de ces tranches de moyennes obtenues dans cette classe sont consignés dans le tableau ci-dessous.

Moyennes	$[0,7[$	$[7,10[$	$[10,14[$	$[14,20[$
Effectifs	6	18	24	12

1. Représenter les décisions du conseil de cette classe par un diagramme circulaire. 2pts
2. Calculer la moyenne générale  $\bar{X}$  de cette classe. 0,5pt
3. Déterminer la classe modale et calculer la médiane de cette série statistique. 1pt
4. Construire le polygone des effectifs cumulés croissants de cette série statistique. (On prendra 0,5cm pour unité de moyenne et 1cm pour 10 élèves). 1,5pt

**Exercice 3** 5 pts

Une urne contient 8 boules marquées 10, 4 boules marquées 15 et 3 boules marquées 20. Les boules sont indiscernables au toucher. on tire simultanément 3 boules de cette urne.

Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

1. A « n'obtenir aucune boule marquée 10 ». 1pt
2. B « Obtenir au moins une boule marquée 15 ». 1,5pt
3. C « Obtenir une boule de chaque type ». 1pt
4. D « Obtenir un total de 50 points ». 1,5pt

**Exercice 4** 5 pts

Soit  $f$  la fonction numérique définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x - 2 + \frac{1}{e^x}$  et  $(C)$  sa courbe représentative dans le plan, muni du repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . L'unité de longueur choisie sur les axes est 2cm.

1. a. Calculer la limite de  $f$  en  $+\infty$ . 0,5pt  
 b. Vérifiez que, pour tout nombre réel  $x$  non nul,  $f(x) = x \left( 1 - \frac{2}{x} + \frac{1}{xe^x} \right)$ . 0,25pt  
 c. En déduire que  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ . (On admet que  $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$ ) 0,5pt
2. a. Montrer que  $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x}$  et étudier le sens de variations de  $f$ . 0,25pt  
 b. Dresser le tableau de variation de  $f$ . 0,25pt
3. a. Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x - 2))$ . 0,25pt  
 b. En déduire que la droite  $(D)$  d'équation  $y = x - 2$  est asymptote oblique à  $(C)$  quand  $x$  tend vers  $+\infty$ . 0,25pt
4. Étudier les positions relatives de  $(C)$  et  $(D)$ . 0,5pt
5. Construire  $(C)$  et  $(D)$  dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . 1,5pt

### Exercice 1

On définit dans l'ensemble  $\mathbb{C}$  des nombres complexes la fonction  $f$  par  $f(z) = \frac{z+i}{z^2-1}$

- a. Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $z^2 - 1 = 0$   
b. En déduire l'ensemble de définition de  $f$ .
- Ecrire sous forme algébrique le nombre  $Z = f(2 + 2i)$

### Exercice 2

On jette une punaise en l'air et on observe sa position lorsqu'elle retombe sur le sol. On suppose que cette expérience donne lieu à deux issues possibles  $A$  ou  $B$ .

- Sachant que la probabilité pour que  $A$  se réalise est égale à  $5/8$ , calculer  $p(B)$ .
- La punaise est jetée trois fois en l'air de façon identique et indépendante. Calculer la probabilité de réaliser  $A$  une fois au moins.
- On note  $X$ , la variable aléatoire réelle qui prend pour valeurs le nombre de fois que  $A$  est réalisée au cours des trois lancers de la punaise.
  - Déterminer la loi de probabilité de  $X$ .
  - Calculer l'espérance mathématique de  $X$ .

### PROBLEME

On considère la fonction  $f$  de la variable réelle  $x$  définie dans  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  par :  $f(x) = \frac{x^2 - 7x + 10}{x - 1}$   
( $C$ ) désigne la courbe de  $f$  dans le repère orthonormé du plan. (Unité de longueur sur les axes ; 1 cm).

- a. Démontrer que pour tout  $x$  différent de 1,  $f(x) = x - 6 + \frac{4}{x - 1}$   
b. En déduire que ( $C$ ) admet une asymptote oblique dont on déterminera une équation.  
c. Résoudre l'inéquation  $f(x) - (x - 6) > 0$ .  
En déduire la position de ( $C$ ) par rapport à son asymptote oblique.
- a. Déterminer les limites de  $f$  en  $-\infty$ ,  $+\infty$  à gauche et à droite de 1  
b. Déterminer une équation de l'asymptote verticale de ( $C$ ).
- a. Calculer la dérivée de  $f$  et préciser son signe.  
b. Dresser le tableau de variation de  $f$   
c. Tracer ( $C$ ).
- a. Calculer la dérivée de la fonction  $F$  définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  par :  $F(x) = \frac{x^2}{2} - 6x + \ln(x - 1)$   
b. Déterminer en  $cm^2$  la valeur exacte de l'aire de la partie du plan définie par les points  $M$  dont les coordonnées  $(x; y)$  vérifient :  $5 \leq x \leq 6$  et  $0 \leq y \leq f(x)$  1 pt

BACCALAUREAT A4 2013/CAMEROUN**Exercice 1** 4 points

Soit le polynôme  $P$  défini par  $P(x) = x^3 - 6x^2 + 5x + 12$  où  $x$  est un réel quelconque.

1. Calculer  $P(3)$ . Que traduit ce résultat ? 0,5pt
2. Mettre  $P(x)$  sous la forme  $P(x) = (x - 3)(x^2 + bx + c)$  où  $b$  et  $c$  sont des réels à déterminer. 0,75pt
3. On pose  $b = -3$  et  $c = -4$ . Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $P(x) = 0$  0,75pt
4. En déduire dans  $\mathbb{R}$  les solutions des équations suivantes :
  - a.  $\ln^3 x - 6 \ln^2 x + 5 \ln x + 12 = 0$  1pt
  - b.  $e^{3x} - 6e^{2x} + 5e^x + 12 = 0$  1pt

**Exercice 2** 6 points

Dans une tombola, on a vendu 10000 billets. Chaque billet porte un numéro de quatre chiffres, par exemple 0000 ; 1238. Sachant que tous les billets ont la même chance d'être tirés dans cette tombola, quelle est :

1.
  - a. La probabilité qu'un billet pris au hasard porte un numéro constitué de quatre chiffres différents. 1,5pts
  - b. La probabilité qu'un billet pris au hasard porte un numéro constitué de quatre chiffres identiques. 1,5pts
2. Le tableau suivant donne la repartition d'un groupe d'enfants par leur taille, en cm :

Taille en cm	[80,90[	[90,95[	[95,100[	[100,105[	[105,110[	[110,120[
Effectifs	3	15	22	18	12	5

- a. Reproduire le tableau suivant en regroupant la série en quatre classes de même amplitude égale à 10. 0,5pt
- b. Construire alors l'histogramme des effectifs de la série. 1pt
- c. En déduire le polygone des effectifs. 1pt
- d. Calculer la moyenne de cette série. 0,5pt

**Problème** 10 points

$f$  est la fonction numérique définie sur  $]0, +\infty[$  par  $f(x) = \frac{x^2 - x + 4}{-x}$

$C_f$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, I, J)$ . On prendra 1cm comme unité sur les axes.

1. Recopier et compléter le tableau suivant. 1,25pt

x	0,5	1	2	4	8
f(x)					

2. Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) + (x + 1))$ . Que traduit ce résultat ? 1pt
3. Déterminer l'équation de l'asymptote verticale à  $(C_f)$
4. Etudier les variations de  $f$  (dérivée, sens de variation et tableau de variations) 2pts
5.
  - a. Préciser la position de la courbe  $(C_f)$  par rapport à la droite d'équation  $y = -x + 1$  0,5pt
  - b. Construire soigneusement la courbe  $(C_f)$  dans le repère  $(O, I, J)$  1,5pt

- c. Résoudre graphiquement dans  $\mathbb{R}_+^*$  l'inéquation  $f(x) + x - 1 < 0$
6. Déduire sur le même repère la courbe  $(C_g)$  de la fonction  $g$  définie par  $g(x) = |f(x)|$  1pt
7. a. déterminer les réels  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  tels que  $f(x) = \alpha x + \beta - \frac{\gamma}{x}$  0,75pt
- b. En déduire la primitive de  $F$  de  $f$  sur  $\mathbb{R}_+^*$  qui s'annule en  $x_0 = 2$  1pt



BACCALAUREAT A4 2013/CAMEROUN**Exercice 1** 4 points

Soit le polynôme  $P$  défini par  $P(x) = x^3 - 6x^2 + 5x + 12$  où  $x$  est un réel quelconque.

1. Calculer  $P(3)$ . Que traduit ce résultat ? 0,5pt
2. Mettre  $P(x)$  sous la forme  $P(x) = (x - 3)(x^2 + bx + c)$  où  $b$  et  $c$  sont des réels à déterminer. 0,75pt
3. On pose  $b = -3$  et  $c = -4$ . Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $P(x) = 0$  0,75pt
4. En déduire dans  $\mathbb{R}$  les solutions des équations suivantes :
  - a.  $\ln^3 x - 6 \ln^2 x + 5 \ln x + 12 = 0$  1pt
  - b.  $e^{3x} - 6e^{2x} + 5e^x + 12 = 0$  1pt

**Exercice 2** 6 points

Dans une tombola, on a vendu 10000 billets. Chaque billet porte un numéro de quatre chiffres, par exemple 0000 ; 1238. Sachant que tous les billets ont la même chance d'être tirés dans cette tombola, quelle est :

1.
  - a. La probabilité qu'un billet pris au hasard porte un numéro constitué de quatre chiffres différents. 1,5pts
  - b. La probabilité qu'un billet pris au hasard porte un numéro constitué de quatre chiffres identiques. 1,5pts
2. Le tableau suivant donne la repartition d'un groupe d'enfants par leur taille, en cm :

Taille en cm	[80,90[	[90,95[	[95,100[	[100,105[	[105,110[	[110,120[
Effectifs	3	15	22	18	12	5

- a. Reproduire le tableau suivant en regroupant la série en quatre classes de même amplitude égale à 10. 0,5pt
- b. Construire alors l'histogramme des effectifs de la série. 1pt
- c. En déduire le polygone des effectifs. 1pt
- d. Calculer la moyenne de cette série. 0,5pt

**Problème** 10 points

$f$  est la fonction numérique définie sur  $]0, +\infty[$  par  $f(x) = \frac{x^2 - x + 4}{-x}$

$C_f$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, I, J)$ . On prendra 1cm comme unité sur les axes.

1. Recopier et compléter le tableau suivant. 1,25pt

x	0,5	1	2	4	8
f(x)					

2. Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) + (x + 1))$ . Que traduit ce résultat ? 1pt
3. Déterminer l'équation de l'asymptote verticale à  $(C_f)$
4. Etudier les variations de  $f$  (dérivée, sens de variation et tableau de variations) 2pts
5.
  - a. Préciser la position de la courbe  $(C_f)$  par rapport à la droite d'équation  $y = -x + 1$  0,5pt
  - b. Construire soigneusement la courbe  $(C_f)$  dans le repère  $(O, I, J)$  1,5pt

- c. Résoudre graphiquement dans  $\mathbb{R}_+^*$  l'inéquation  $f(x) + x - 1 < 0$
6. Déduire sur le même repère la courbe  $(C_g)$  de la fonction  $g$  définie par  $g(x) = |f(x)|$  1pt
7. a. déterminer les réels  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  tels que  $f(x) = \alpha x + \beta - \frac{\gamma}{x}$  0,75pt
- b. En déduire la primitive de  $F$  de  $f$  sur  $\mathbb{R}_+^*$  qui s'annule en  $x_0 = 2$  1pt



BACCALAUREAT A4 2013/CAMEROUN**Exercice 1** 4 points

Soit le polynôme  $P$  défini par  $P(x) = x^3 - 6x^2 + 5x + 12$  où  $x$  est un réel quelconque.

1. Calculer  $P(3)$ . Que traduit ce résultat ? 0,5pt
2. Mettre  $P(x)$  sous la forme  $P(x) = (x - 3)(x^2 + bx + c)$  où  $b$  et  $c$  sont des réels à déterminer. 0,75pt
3. On pose  $b = -3$  et  $c = -4$ . Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $P(x) = 0$  0,75pt
4. En déduire dans  $\mathbb{R}$  les solutions des équations suivantes :
  - a.  $\ln^3 x - 6 \ln^2 x + 5 \ln x + 12 = 0$  1pt
  - b.  $e^{3x} - 6e^{2x} + 5e^x + 12 = 0$  1pt

**Exercice 2** 6 points

Dans une tombola, on a vendu 10000 billets. Chaque billet porte un numéro de quatre chiffres, par exemple 0000 ; 1238. Sachant que tous les billets ont la même chance d'être tirés dans cette tombola, quelle est :

1.
  - a. La probabilité qu'un billet pris au hasard porte un numéro constitué de quatre chiffres différents. 1,5pts
  - b. La probabilité qu'un billet pris au hasard porte un numéro constitué de quatre chiffres identiques. 1,5pts
2. Le tableau suivant donne la repartition d'un groupe d'enfants par leur taille, en cm :

Taille en cm	[80,90[	[90,95[	[95,100[	[100,105[	[105,110[	[110,120[
Effectifs	3	15	22	18	12	5

- a. Reproduire le tableau suivant en regroupant la série en quatre classes de même amplitude égale à 10. 0,5pt
- b. Construire alors l'histogramme des effectifs de la série. 1pt
- c. En déduire le polygone des effectifs. 1pt
- d. Calculer la moyenne de cette série. 0,5pt

**Problème** 10 points

$f$  est la fonction numérique définie sur  $]0, +\infty[$  par  $f(x) = \frac{x^2 - x + 4}{-x}$

$C_f$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, I, J)$ . On prendra 1cm comme unité sur les axes.

1. Recopier et compléter le tableau suivant. 1,25pt

x	0,5	1	2	4	8
f(x)					

2. Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) + (x + 1))$ . Que traduit ce résultat ? 1pt
3. Déterminer l'équation de l'asymptote verticale à  $(C_f)$
4. Etudier les variations de  $f$  (dérivée, sens de variation et tableau de variations) 2pts
5.
  - a. Préciser la position de la courbe  $(C_f)$  par rapport à la droite d'équation  $y = -x + 1$  0,5pt
  - b. Construire soigneusement la courbe  $(C_f)$  dans le repère  $(O, I, J)$  1,5pt

- c. Résoudre graphiquement dans  $\mathbb{R}_+^*$  l'inéquation  $f(x) + x - 1 < 0$
6. Déduire sur le même repère la courbe  $(C_g)$  de la fonction  $g$  définie par  $g(x) = |f(x)|$  1pt
7. a. déterminer les réels  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  tels que  $f(x) = \alpha x + \beta - \frac{\gamma}{x}$  0,75pt
- b. En déduire la primitive de  $F$  de  $f$  sur  $\mathbb{R}_+^*$  qui s'annule en  $x_0 = 2$  1pt



**EXERCICE 1 : 5 points**

**PARTIE A**

1. Résoudre dans  $\mathbb{R}^3$  par la méthode du pivot de Gauss le système suivant :

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 13 \\ 2x - y - 3z = -4 \\ 3x + 2y - 4z = -8 \end{cases} \quad 1,5\text{pt}$$

2. Dédurre de la question précédente l'ensemble solution dans  $\mathbb{R}^3$  du système suivant :

$$\begin{cases} \ln x - 2 \ln y + 3 \ln z = 13 \\ 2 \ln x - \ln y - 3 \ln z = -4 \\ 3 \ln x + 2 \ln y - 4 \ln z = -8 \end{cases} \quad 1\text{pt}$$

**PARTIE B**

Une urne contient 2 boules noires, 3 boules rouges et 4 boules vertes, toutes indiscernables au toucher. On tire au hasard et simultanément 3 boules de l'urne.

Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants :

1.  $A$  : « les boules tirées sont de couleurs différentes ». 0,75pt
2.  $B$  : « les boules tirées sont de la même couleur ». 0,75pt
3.  $C$  : « parmi les boules tirées, il y a au moins une boule noire ». 1pt

**EXERCICE 2 : 5 points**

Le tableau suivant donne le chiffre d'affaires d'une entreprise, exprimé en millions de francs pendant huit années consécutives.

Numéro de l'année ( $x_i$ )	1	2	3	4	5	6	7	8
Chiffre d'affaires ( $y_i$ )	41	67	55	80	95	104	100	122

1. Représenter le nuage de points associé à cette série  $(x_i, y_i)$  dans le plan muni d'un repère orthogonal. 1pt
2. Utiliser la méthode de Mayer pour déterminer une équation d'une droite d'ajustement  $(D)$  du nuage, de la forme  $y = ax + b$ . 2pts

3. Tracer la droite ( $D$ ) sur le graphique de la question 1. 1pt
4. Estimer le chiffre d'affaires de cette entreprise pour la 12<sup>ème</sup> année. 1pt

**PROBLEME : 10 points**

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = (x+2)e^{-x}$ .

1. (a) Donner le domaine de définition de  $f$  sous forme d'intervalle. 0,5pt  
 (b) Montrer que quand  $x$  tend vers  $-\infty$ ,  $f(x)$  tend vers  $-\infty$ . 0,5pt  
 (c) Montrer que quand  $x$  tend vers  $+\infty$ ,  $f(x)$  tend vers 0.  
 Que peut-on conclure ? 0,5pt
2. (a) On note  $f'$  la dérivée première de  $f$ .  
 Démontrer que pour tout  $x$  réel,  $f'(x) = (-x-1)e^{-x}$ . 1pt  
 (b) Etudier le signe de  $f'(x)$  et dresser le tableau de variation de  $f$ . 1,5pt
3. Déterminer une équation cartésienne de la tangente ( $\mathcal{D}$ ) à la courbe ( $\mathcal{C}$ ) de  $f$  dans un repère orthonormé du plan, au point d'abscisse 0. 1pt
4. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de ( $\mathcal{C}$ ) avec les axes de coordonnées. 0,5pt
5. Tracer dans un même repère orthonormé la droite ( $\mathcal{D}$ ), la courbe ( $\mathcal{C}$ ) et la droite ( $\Delta$ ) d'équation  $y = 2$ . 1,5pt
6. Résoudre graphiquement dans  $[-1; +\infty[$  :  
 (a) L'équation  $f(x) = 2$  ; (b) l'inéquation  $f(x) > 2$   
 (c) L'inéquation  $f(x) \leq 2$ . 1,25pt
7. Soit la fonction  $F$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $F(x) = (-x-3)e^{-x}$ .  
 (a) Calculer  $F'(x)$  et en déduire une primitive de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ . 0,75pt  
 (b) On pose  $g(x) = (x+2)e^{-x} + 2x$ .  
 Déterminer la primitive de  $g$  sur  $\mathbb{R}$  qui prend la valeur  $-2$  en 0. 1pt

**EXERCICE 1 : 4 points**

1. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation :  $(x - 2)(2x^2 + 5x - 3) = 0$ . 1,5pt

2. Montrer que :  $2x^3 + x^2 - 13x + 6 = (x - 2)(2x^2 + 5x - 3)$ . 1pt

3. Dédire des questions précédentes la résolution de l'équation :  
 $2(\ln x)^3 + (\ln x)^2 - 13(\ln x) + 6 = 0$ . 1,5pt

**EXERCICE 2 : 6 points**

La production de la société Elemva a été relevée pendant 10 ans. Les années sont notées  $x_i$  et la production exprimée en tonnes est notée  $y_i$ . On a obtenu le tableau ci-dessous.

Année ( $x_i$ )	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Productions ( $y_i$ )	3	4	5,1	6	7,5	8	9,4	10,5	11,5	13

1. Représenter le nuage de points de cette série statistique dans un repère orthonormé. 1,5pt

2. Déterminer le point moyen  $G$  du nuage de cette série. 1pt

3. Un expert veut faire des prévisions pour la production des années à venir de la société. Il propose l'ajustement de Mayer pour cette série.

(a) Montrer qu'une équation cartésienne de la droite d'ajustement de cette série par la méthode de Mayer est :  $y = 1,072x + 1,904$ . 2,5pts

(b) Utiliser cette équation pour estimer la production de la société pendant la douzième année. 1pt

**PROBLEME : 10 points**

Soit  $f$  la fonction définie sur l'intervalle :  $]0; +\infty[$  par  $f(x) = \ln x + \ln(x + 1)$ . On note  $\mathcal{C}$  sa représentation graphique dans le plan rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  d'unité graphique  $1cm$ .

1. (a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ . 0,5pt

(b) Quelle interprétation graphique peut-on en déduire pour la courbe  $\mathcal{C}$  ? 0,5pt

(c) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ . 0,5pt

2. On note  $f'$  la fonction dérivée de la fonction  $f$ . Montrer que  $f'(x) = \frac{2x + 1}{x(x + 1)}$ . 1pt

3. (a) Étudier, pour tout  $x$  de l'intervalle  $]0; +\infty[$ , le signe de  $f'(x)$ . **0,5pt**  
 (b) En déduire le tableau de variations de  $f$  sur l'intervalle  $]0; +\infty[$ . **1pt**
4. Recopier et compléter le tableau suivant : (Les valeurs de  $f(x)$  seront arrondies à  $10^{-1}$  près). **1,5pt**

$x$	0,1	0,5	1	2	4
$f(x)$			0,7		

5. Tracer la courbe  $\mathcal{C}$  dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . **1,5pt**
6. Résoudre dans  $]0; +\infty[$  l'équation  $f(x) = 0$ . (On vérifiera que  $f(x)$  s'écrit sous la forme  $f(x) = \ln[x(x+1)]$  et on donnera la valeur exacte de la solution). **1,5pt**
7. Montrer que la fonction  $F$  définie sur  $]0; +\infty[$  par  $F(x) = x \ln x + (x+1) \ln(x+1) - 2x$  est une primitive de  $f$  sur l'intervalle  $]0; +\infty[$ . **1,5pt**



### Exercice N°1 :

- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation :  $x^2 - x - 6 \leq 0$ .
- En déduire la résolution dans  $\mathbb{R}$  le chacune des inéquations ci-dessous :
  - $e^{2x} - e^x - 6 \leq 0$ .
  - $\ln x + \ln(x - 2) \leq \ln(6 - x)$
- Choisir la bonne réponse parmi les 4 qui sont proposées. Un poulailler compte 20 poulets parmi au hasard 3 poulets de ce poulailler. La probabilité d'avoir au moins un poulet atteint de la grippe aviaire est égale à :
  - 0.25
  - $\frac{C_6^3}{C_{24}^3}$
  - $\frac{C_{18}^3}{C_{24}^3}$
  - $1 - \frac{C_{18}^3}{C_{24}^3}$

### Exercice N°2

On a noté le montant en millions de francs CFA du bénéfice d'une entreprise pendant six années consécutives. Les résultats sont consignés dans le tableau ci-dessous :

Numéro de l'année	1	2	3	4	5	6
Bénéfice $y_i$	50	75	120	170	200	240

- Représenter graphiquement le nuage de points associé à cette série. (Unités : 1 cm en abscisses pour une année et 1 cm en ordonner pour 50 millions)
- Déterminer le point moyen de cette série.
- Déterminer une équation de la droite de Mayer de la série statistique double  $(x_i, y_i)$ .
- En supposant que l'équation du bénéfice n'est pas modifiée avec le temps, estimer ce bénéfice à la 8<sup>e</sup> année.

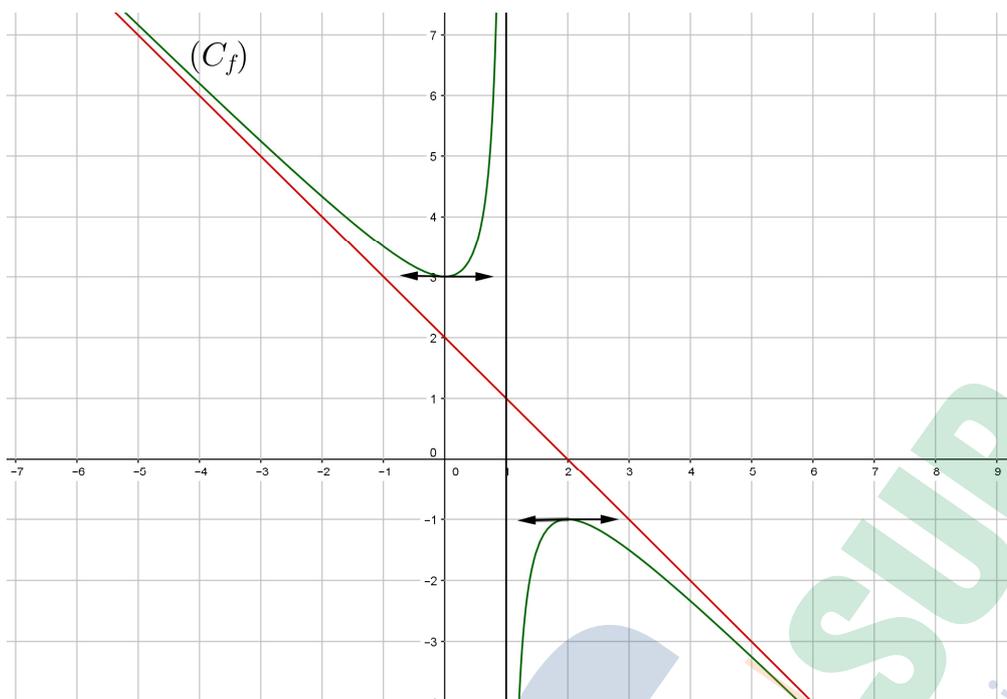
### Problème

Il comporte deux parties indépendantes A et B

**Partie A :** Résoudre dans  $\mathbb{R}^3$  le système : 
$$\begin{cases} 2x + y + z = -1 \\ y - z = 3 \\ x - z = 0 \end{cases}$$

- Soit  $(C_f)$  la courbe représentative ci-dessous d'une fonction  $f$  telle que :

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1} \text{ où } a, b \text{ et } c \text{ sont des réels}$$



- Déterminer en utilisant des intervalles l'ensemble de définition  $D_f$  de  $f$
- Déterminer à l'aide du graphique les réels  $f(0)$ ,  $f(2)$  et  $f'(0)$  où  $f$  est la dérivée de  $f$ .
- Calculer  $f'(x)$  en fonction de  $a, c$  et  $x$ .
- Exprimer  $f(0)$ ,  $f(2)$  et  $f'(0)$  en fonction des réels  $a, b$  et  $c$ .
- Déduire de la question 1) les réels  $a, b$  et  $c$

### **Partie B**

Soit la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  par  $g(x) = \frac{-x^2 + 3x - 3}{x - 1}$ .  $(Cg)$  Est sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(0; \vec{i}; \vec{j})$ .

- Calculer les limites de  $g$  aux bornes de son variation.
- Etudier les variations de  $g$  et dresser son tableau variation.
- Déterminer les réels  $a, b$  et  $c$  tels que pour tout réel  $x$  distinct de  $1$ ,

$$g(x) = ax + b + \frac{c}{x - 1}$$

- Montrer que la droite  $(\Delta)$  d'équation  $y = -x + 2$  est asymptote oblique à  $(Cg)$ .
- Soit la fonction  $G$  définie sur  $]-\infty; 1[$  par :

$$G(x) = \frac{-1}{2}x^2 + 2x - \ln(1 - x) + 6.$$

- Calculer  $g'(x)$ .
- En déduire les primitives de la fonction  $g$  sur  $]-\infty; 1[$

**EXERCICE 1 : 5 points**

On considère dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation suivante  $(I) : \ln(2x + 5) \geq -\ln x + \ln 7$ .

1. (a) Justifier clairement que,  $(I)$  est équivalente à :

$$(2x^2 + 5x - 7 \geq 0, \text{ et } x > 0).$$

**1pt**

- (b) En déduire la résolution de l'inéquation  $(I)$ .

**1,5pt**

2. (a) Vérifier que :  $-2x^3 - x^2 + 17x - 14 = (2 - x)(2x^2 + 5x - 7)$ .

**0,5pt**

- (b) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation suivante :  $2x^3 + x^2 - 17x + 14 = 0$ .

**1pt**

- (c) En déduire la résolution dans  $\mathbb{R}$  de l'équation ci-dessous :

$$2e^{2x} + e^x + 14e^{-x} - 17 = 0.$$

**1pt**

**EXERCICE 2 : 5 points**

Dans une urne, il y a 9 boules distinctes et indiscernables au toucher : 5 portent le nombre 100, 3 le nombre 50 et une le nombre 0.

on tire au hasard et simultanément 3 boules de cette urne et on fait la somme des nombre inscrits sur les trois boules.

1. Justifier que les différentes sommes qu'on peut obtenir sont : 100, 150, 200, 250 et 300.

**1,25pt**

2. Calculer la probabilité de chacun des événements ci-dessous :

$A$  : « La somme des trois nombres est égale à 300 » ;

**1,25pt**

$B$  : « La somme des trois nombres est plus petite que 300 » ;

**1,25pt**

$C$  : « La somme des trois nombres est égale à 150 ».

**1,25pt**

**PROBLEME : 10 points**

Le graphe  $(C_f)$  ci-contre est la représentation graphique d'une fonction  $f$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ;  $f'$  est la dérivée de la fonction  $f$ .

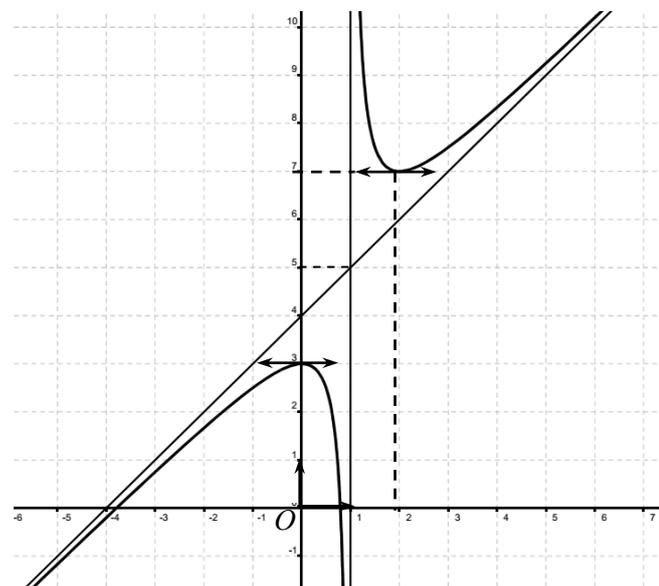
A l'aide de ce graphe :

1. Donner l'ensemble de définition  $D_f$  de  $f$ . **0,5pt**

2. Déterminer  $f(0)$ ,  $f(2)$ ,  $f'(0)$  et  $f'(2)$ . **1pt**

3. Résoudre graphiquement les inéquations suivantes : a)  $f'(x) < 0$  ; b)  $f'(x) > 0$ . **1pt**

4. Dresser le tableau de variations de  $f$ . **1,5pt**



5. On suppose que  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$ .

(a) En vous servant de la question 2, justifier que l'on a le système suivant :

$$\begin{cases} a - c = 0 \\ b - c = 3 \\ 2a + b + c = 7 \end{cases} \quad (E)$$

1pt

(b) Résoudre dans  $\mathbb{R}^3$  le système (E).

1pt

(c) Avec les valeurs de  $a$  et  $b$  trouvées à la question 5.(b), vérifier que la droite ( $\mathcal{D}$ ) d'équation  $y = ax + b$  passe par les points  $A(-4; 0)$  et  $B(1; 5)$ .

0,5pt

On suppose dans la suite que :  $f(x) = x + 4 + \frac{1}{x-1}$ .

6. Ecrire une équation cartésienne de la tangente à ( $C_f$ ) au point d'abscisse  $x_0 = 2$ .

1pt

7. (a) Montrer que la fonction  $F$  définie sur  $]1; +\infty[$  par :

$$F(x) = \frac{1}{2}x^2 + 4x + \ln(x-1) + k \quad (k \in \mathbb{R}) \text{ est une primitive de } f.$$

1pt

(b) En déduire la primitive de  $f$  sur  $]1; +\infty[$  qui prend la valeur 3 en  $x_0 = 2$ .

0,5pt

(c) Reproduire la courbe ( $C_f$ ) et représenter dans le même repère la courbe ( $C_h$ ) de la fonction  $h$  définie par :  $h(x) = |f(x)|$ .

1pt

